

## Математичне моделювання технічної підготовки спортсменів складнокоординаційних видів спорту

*Львівський державний університет фізичної культури (м. Львів);  
Технологічно-гуманітарний університет імені Казимира Пулавського (м. Радом)*

**Постановка наукової проблеми та її значення.** Високі спортивні досягнення вимагають правильного вибору найбільш раціональної техніки й, відповідно, підбору підготовчих вправ, зміну їх інтенсивності, числа повторень, інтервалів відпочинку. Варіантів безліч, а потрібно обрати один, найоптимальніший для цього спортсмена. Оволодіння раціональною технікою [1–9] з найменшими затратами м'язових зусиль, технікою, яка найкраще відповідає морфологічним особливостям будови спортсмена – дуже важлива умова раціональності виконання вправ.

Математичне моделювання в спорті – метод дослідження процесів або явищ за допомогою створення їхніх математичних моделей і їх дослідження. В основу методу покладено ідентичність форми рівнянь й однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу та моделі, тобто їх аналогію. Математичні моделі досліджуються, як правило, із допомогою цифрових обчислювальних машин, комп'ютерів. Математичне моделювання дає змогу замінити реальний об'єкт його моделлю й потім вивчати останню. Як і в разі будь-якого моделювання, математична модель не описує явище абсолютно адекватно, що залишає актуальним питання про застосовність отриманих таким чином даних. Формальна класифікація моделей ґрунтується на математичних засобах, що використовуються для розв'язання поставлених завдань. Розрізняють лінійні нелінійні моделі; зосереджені або розподілені системи; детерміновані чи стохастичні; статичні чи динамічні.

Існує ще декілька підходів. Водночас кожна побудована модель є лінійною або нелінійною, детермінованою чи стохастичною. Природно, що можливі й змішані типи: в одному відношенні зосереджені (за частиною параметрів), в іншому – розподілені моделі.

Роботу виконано у Львівському державному університеті фізичної культури та в Технологічно-гуманітарному університеті імені Казимира Пулавського м. Радом.

У різних видах спорту проведено низку досліджень, які доводять залежність структурних механізмів і функціональних ознак від виду спортивної діяльності. Частину досліджень присвячено вивченню морфологічних змін в організмі, які виникають під впливом фізичних вправ [1–3; 6; 9]. Наприклад, М. Ф. Іваницький [1] на основі вивчення центру ваги тіла (ЦВТ) й об'єму тулуба в гімнастів та футболістів приходять до висновку, що положення ЦВТ і розмір об'єму тулуба у вищезгаданих спортсменів неоднакові. Аналогічні висновки зроблено в порівняльному аналізі й інших видів спорту [1; 2; 9]. Побудовою моделей спортсмена висхідного стану й стану, якого потрібно досягнути (висококваліфікованого спортсмена), займалися В. М. Заціорський, 1965–1990; А. В. Івойлов, І. Г. Озолін, 1971; В. М. Д'ячков, 1972; В. В. Петровський, А. А. Гужаловський, 1973; В. Г. Ареф'єв, 1976; І. П. Заневський, 1986–2014; І. В. Огірко, 1996–2014 та ін.

У численних працях досліджено й функціональні зміни, що відбуваються в організмі під впливом занять тим чи іншим видом спорту. Деякі науковці, спостерігаючи характерні відмінності в морфологічних особливостях спортсменів різної спеціалізації, убачають головну причину саме в цьому. Думка про двосторонню залежність у спорті від ступеня фізичного розвитку та природних задатків домінує в літературі й практиці й понині [5; 8]. Певні дослідження конституції будови тіла гімнастів проведено й іншими авторами [4; 7]. Однак до цього часу в літературі немає чітких указівок про типи морфологічної будови тіла спортсменів в складнокоординованих видах спорту та про існування варіантів техніки найбільш вигідних для цього спортсмена.

**Формування мети та завдання роботи.** Перед нами стояло завдання – визначити типи конституції будови тіла спортсменів у складнокоординованих видах спорту й показати вплив основних біомеханічних факторів на техніку виконання вправ на прикладі вправ великим махом на поперечині. Для визначення пропорцій тіла спортсменів у складнокоординованих видах спорту, вагових співвідношень і розташування центрів ваги окремих ланок тіла, необхідних для розрахунку кінематичних та динамічних характеристик рухів спортсмена, нами використано такі методи дослідження, як аналіз

літератури, опитування спеціалістів, які працюють у галузі складнокоординованих видів спорту, антропометричні вимірювання.

Визначали такі антропометричні показники: довжина тіла (ріст у см), вага тіла (з точністю до 0,1 кг), розмірність окремих ланок тіла та тулуба (у см). Досліджено 135 спортсменів старших розрядів (км/с, м/с та засл м/с) у віці від 18 до 25 років.

**Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.** Дослідження дало змогу встановити серед спортсменів три типи тілобудови:

- тип А – спортсмени з пропорційним співвідношенням тулуба, верхніх і нижніх кінцівок;
- тип Б – спортсмени з відносно коротким тулубом, довгими нижніми та короткими верхніми кінцівками;
- тип В – спортсмени з відносно довгим тулубом, короткими нижніми й довгими верхніми кінцівками.

Виявлені типи будови тіла спортсменів лягли в основу наших розрахунків.

При виконанні вправ великим махом на поперечині потужний вплив здійснює зміна загального центру ваги (ЗЦВ) тіла спортсмена, яка впливає на момент інерції й кінетичний момент. Зміна механічної енергії тіла спортсмена можлива лише шляхом згинально-розгинальних рухів у плечових і кульшових суглобах, завдяки чому змінюється положення ЗЦВ тіла. У зв'язку з цим розглянемо зміни розміщення ЗЦВ тіла спортсмена з різними типами будови під час переміщення рук і ніг відносно тулуба. Для цього на основі отриманих під час дослідження даних про конституцію тіла нами побудовано схеми трьох типів будови гімнастів (А, Б, В) із чітким збереженням довжини всіх ознак відносно зросту. Розглянуто чотири різноманітні положення спортсмена, що трапляються під час виконання вправ великим махом на поперечині. Дослідження засвідчили, що ЗЦВ тіла в спортсменів одного й того ж росту змінюється по-різному, при одному й тому самому положенні рук і ніг залежно від конституції.

Розглянемо перше положення – вис на поперечині. Під час вису все тіло розташоване вертикально. У цій же площині розміщено і ЗЦВ, який коливається в межах 10 см залежно від типу будови тіла гімнаста. Ближче за всіх до поперечини він розташований у спортсменів із коротким тулубом (тип Б) і найбільш віддалений – у спортсменів із довгим тулубом (тип В).

У наступному положенні, при якому у висі на поперечині кут між плечами й тулубом дорівнює 45°, ЗЦВ наближується до грифа поперечини на 7 см у спортсменів типу А і на 6 см – у спортсменів типів Б і В. З'являється момент сили з плечем 34 см у спортсменів типу Б, 38 см – у спортсменів типу А та 42 см – у спортсменів типу В.

При подальшому збільшенні кута між плечима й тулубом, коли кут складає 90°, ЗЦВ ще більше наближається до поперечини. У всіх спортсменів він наближається до грифа поперечини ще на 19–20 см. Незважаючи на те, що ЗЦВ наближається до поперечини на однакову відстань, плече моменту сили тяжіння змінюється по-різному. У всіх спортсменів воно збільшується на 4 см, досягаючи найбільшої величини в спортсменів типу В. Зміна розташування ЗЦВ при виконанні обертових вправ на поперечині відбувається не лише за рахунок рухів рук, але й також за рахунок згинально-розгинальних рухів у кульшових суглобах. Коли кут між ногами й тулубом дорівнює 45°, ЗЦВ наближається до поперечини на 4 см, 3 см і 2 см, відповідно, у спортсменів типу Б, А та В. Отже, у спортсменів конституції В рухи ніг вносять менший вплив на зміну розташування ЗЦВ, ніж у спортсменів типу А.

Перейдемо до розгляду оберту спортсменів довкола закріпленої осі. Для більшої наочності й доступності уявімо собі, що маса (m) спортсмена зосереджена в одній точці, що дорівнює m, і з'єднана з віссю обертання за допомогою нитки довжиною (l), вагою якої можна знехтувати. Таким чином, обертання спортсмена буде схоже на коливання математичного маятника. Уявімо собі, що маятник займає найбільш високе положення над точкою опори й тому володіє максимальним запасом потенціальної енергії. Рухаючись униз без початкової швидкості, під дією сили тяжіння потенціальна енергія поступово переходить у кінетичну енергію обертального руху:

$$\left(\frac{I\omega^2}{2}\right).$$

Далі після проходження нижньої вертикалі відбувається зворотне явище, оскільки спортсмен із нижнього положення переходить у верхнє. Але він не досягає вертикального положення через значне розсіювання механічної енергії. Тіло досягає певної висоти, утворюючи між вертикаллю та ниткою маятника кут  $\varphi$ . Якщо ж у початковому положенні довжину маятника скоротити й зробити її рівною

$I_1$  чи  $I_2$  і зберігати її постійною протягом усього періоду коливання маятника, то, згідно із законами механіки, амплітуда коливань маятника не зміниться. Отже, досягнувши своєї максимальної висоти, нитка маятника з вертикаллю поперечини складає той самий кут  $\varphi$ . Це свідчить про те, що амплітуда коливань у спортсменів різних типів будови (із різним розташуванням ЗЦВ) змінюватися не буде. У результаті розгляду відеограм ми помітили, що амплітуда коливань у спортсменів все ж змінюється. Простежено залежності:

- між амплітудою коливання спортсмена та зростом. При цьому коефіцієнт кореляції:

$$\frac{\sum XY}{\sqrt{\sum X^2 \cdot \sum Y^2}} = 0,81;$$

- помилка коефіцієнта кореляції:

$$m_r = \pm \frac{1-r}{\sqrt{n}} = 0,03;$$

- достовірність коефіцієнта кореляції:

$$\frac{r}{m_r} = 27 > 4;$$

- між амплітудою коливання та рівнем спортивної майстерності, де коефіцієнт кореляції  $r = 0,92$ ; помилка коефіцієнта кореляції  $m_r = 0,02$ .

У спортсменів більш високого зросту амплітуда коливань зменшується на  $M=7^\circ$ , порівняно зі спортсменами нижчого зросту. У спортсменів-майстрів амплітуда коливань на  $M=11^\circ$  вища, ніж у спортсменів II розряду. Чим це пояснюється? Для підняття маятника до початкового рівня потрібно мати приріст енергії, який можна отримати, якщо скоротити довжину маятника на величину  $\Delta l$ . Для підняття скороченого маятника потрібна кінетична енергія вже не  $2mgl$  (якою володіє тіло в крайньому нижньому положенні), а  $2mg(l-\Delta l)$ . Згідно з літературними даними [4], приріст механічної енергії відбувається за рахунок зменшення моменту сили тяжіння, що відбувається в результаті скорочення довжини маятника.

При виконанні спортсменом обертових вправ на поперечині приріст механічної енергії відбувається аналогічним чином. Проходячи кут  $45^\circ$  від вертикальної площини поперечини позаду, спортсмен активним рухом рук притягує себе до поперечини й скорочує радіус обертання, а отже, зменшує момент сили тяжіння, збільшуючи приріст механічної енергії. Зменшення радіуса обертання в спортсменів під час виконання обертових вправ і першої підфази підготовчих дій має відбуватися лише за рахунок зменшення кута між руками й тулубом. Дослідження показало, що зменшення кута між руками та тулубом на  $45^\circ$ , по-різному змінює розташування ЗЦВ тіла від грифа поперечини. Зменшення кута між плечами й тулубом на  $45^\circ$  у спортсменів типу А, Б і В викличе зменшення радіуса обертання на одну й ту саму величину  $\Delta l = 6$  см. Однак це по-різному впливає на збільшення кутової швидкості. Якщо зменшити радіус обертання на величину  $\Delta l$ , то це викличе зменшення радіуса обертання в спортсменів типу Б в 1,1 раза, а в спортсменів типу В радіус обертання, порівняно з вихідною довжиною, зменшується в 1,5 раза. Це по-різному вплине на зміну моменту інерції тіла спортсменів. У кожен момент його переміщення момент інерції  $I$  дорівнюватиме масі тіла ( $m$ ), помноженій на квадрат радіуса ( $r^2$ ):

$$\Delta I = mr^2.$$

Із формули видно, що момент інерції ( $I$ ) змінюється пропорційно квадрату радіуса. Отже, навіть незначні зміни радіуса обертання будуть суттєво змінювати момент інерції тіла, згідно із законом збереження моменту кількості руху  $I_1 w_1$  в одній точці переміщення спортсменів дорівнюватиме  $I_2 w_2$  у другій точці:

$$I_1 w_1 = I_2 w_2.$$

Оскільки момент інерції дорівнює масі тіла, помноженій на квадрат радіуса, то можна написати:

$$m_1 l_1^2 w_1 = m_2 l_2^2 w_2.$$

Оскільки маса тіла постійна, а величина  $I_2 = I_1 - w_2$ , то для збереження рівності відбудеться збільшення кутової швидкості. Отже, при зміні кута між плечами й тулубом на одну й ту саму величину кутова швидкість спортсменів типу В збільшиться переважно за рахунок зменшення моменту інерції ( $I$ ) й моменту сили тяжіння. Ще одним важливим моментом у техніці обертальних рухів є згинання та розгинання ніг під час обертання. Своєчасною правильною роботою ніг можна в основній і завершальній частинах руху надолужити допущені помилки під час фази підготовчих дій, урахувавши, що спортсменам із довгим тулубом і короткими ногами під час переміщення біля нижньої вертикалі площини поперечини легше зігнути, а потім розігнути, а також зупинити рух ніг чи повернути їх назад у фазу завершальних дій (при однакових м'язових зусиллях). Одна з причин цього – те, що маса більш коротких ніг робить менший опір при кутовому прискоренні. Тому при однаковій швидкості обертання гімнаста з більш довгим тулубом і короткими ногами згинання й розгинання слід починати пізніше.

Методи математичної статистики дають змогу розробити ефективні засоби контролю підготовки кваліфікованих спортсменів. Методи моделювання – це засоби дослідження спортивних явищ. Наприклад, модельні характеристики технічної підготовленості визначаються як оптимальні показники біомеханічної структури техніки виконання класичних вправ. Отже, у моделюванні технічної й спеціально-фізичної підготовленості найбільш використовуються математичні моделі на основі біомеханіки спорту та спортивної статистики. Для прогнозування модельних характеристик застосовують метод експертних оцінок; метод екстраполяції. Метод експертних оцінок ґрунтується на опитуванні й урахуванні думок експертів. Метод екстраполяції застосовують при прогнозуванні еволюційних ситуацій, що змінюються в часі. Основне завдання – аналіз зв'язку між головною ознакою та фактором часу. Математична залежність матиме вигляд:

$$Y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + a_n t^n,$$

де  $y$  – головна ознака прогнозування;  $t$  – параметр часу прогнозування,  $a_0, a_1, \dots, a_n$  – коефіцієнти, які потрібно визначити.

На практиці використовують і відносно прості функції:

- лінійну:

$$Y = a_0 + a_1 t;$$

- параболічну:

$$Y = a_0 + a_1 t + t^2;$$

- кубічну параболу:

$$Y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3.$$

Для екстраполяції ознаки застосовують також ступеневу функцію, експоненціальну та інші. Якщо криву вибрано правильно, то це вдало визначає результати прогнозування. Отже, застосування обраних математичних методів моделювання дає змогу вдосконалити систему їх підготовки, тренувальні програми, якісніше організувати тренувальний процес, розробити об'єктивні засоби та систему контролю за видами підготовленості.

**Висновки.** Установлено три основних типи будови тіла серед дорослих спортсменів, які слід урахувати, обираючи варіант техніки виконання вправ.

Під час виконання вправ великим махом на поперечині великий вплив має зміна ЗЦВ тіла спортсмена, яка впливає на момент інерції й кінетичний момент. Зміна механічної енергії тіла спортсмена можлива лише за допомогою згинально-розгинальних рухів у плечових і кульшових суглобах.

Помічено залежності:

– між амплітудою коливання спортсмена та зростом. При цьому коефіцієнт кореляції – 0,81;

– у спортсменів більш високого зросту амплітуда коливань зменшується, порівняно зі спортсменами нижчого зросту.

Згинання в кульшових суглобах наближує ЗЦВ до осі обертання на 4, 3 і 2 см, відповідно, у спортсменів типів Б, А і В і тому це впливає на збільшення швидкості обертання під час переміщення спортсменів угору, полегшує виконання обертової частини руху.

Важливий момент у техніці обертальних рухів – згинання й розгинання в кульшових суглобах під час обертання. Своєчасною правильною роботою ніг можна в основній та завершальній частинах

руху надолужити допущені помилки під час фази підготовчих дій, урахувавши, що спортсменам із довгим тулубом і короткими ногами під час переміщення біля нижньої вертикальної площини поперечини легше зігнути, а потім розігнути, а також зупинити рух ніг чи повернути їх назад у фазу завершальних дій (при однакових м'язових зусиллях).

**Перспективи подальших досліджень.** Високі спортивні досягнення вимагають правильного вибору найбільш раціональної техніки. Ураховуючи це, подальші наші дослідження повинні сприяти побудові найбільш раціональної техніки з найменшими затратами м'язових зусиль, прикладених в основній і завершальній стадіях, і відповідного підбору підготовчих вправ, зміні їх інтенсивності, числа повторень, інтервалів відпочинку.

#### *Джерела та література*

1. Гладышева А. А. Влияние физических упражнений на некоторые параметры грудной клетки : сб. науч. работ каф. анатомии / А. А. Гладышева. – М. : ГЦОЛИФК, 1969.
2. Иваницкий М. Ф. Анатомия человека. Учение о центре тяжести и центре объема человеческого тела / М. Ф. Иваницкий. – М. : ФиС, 1956.
3. Назаров В. Т. Упражнения на перекладине / В. Т. Назаров. – Рига : [б. и], 1970.
4. Никитюк Б. Конституция человека: спортивно-морфологический и биохронологический аспекты / Б. Никитюк, Е. Савостьянова // Человек в мире спорта: новые идеи, технологии, перспективы : тез. докл. Междунар. конгресса. – М., 1998. – Т. 2. – С. 410–413.
5. Райтер Р. І. Морфологічні особливості будови тіла гімнаста / Р. І. Райтер, З. П. Знак, Л. К. Хитрий // Матеріали конференції професорсько-викладацького складу і аспірантів академії. – Львів, 1997. – С. 296–297.
6. Стрельников В. П. Характеристика компонентов массы тела спортсменов / В. П. Стрельников // Проблемы спорта высших достижений и подготовки спортивного резерва : Респ. науч.-практ. конф. (Минск, 21–23 марта, 1994). – Минск, 1994. – С. 138–140.
7. Туманян Г. С. Телосложение и спорт / Г. С. Туманян, Э. Г. Мартиросов. – М. : Физкультура и спорт, 1976. – 239 с.
8. Шапаренко П. Ф. Значение пропорции тела в изучении двигательной конституции спортсмена / П. Ф. Шапаренко // Фізична культура, спорт та здоров'я нації : міжнар. наук. конф. – Ч. 2. – Вінниця, 1996. – С. 154–156.
9. Шапаренко П. Ф. Связь пропорций тела человека с продольным ростом / П. Ф. Шапаренко, С. П. Лысюк // Фізична культура, спорт : матеріали конф. – Київ ; Вінниця, 1998. – Ч. 2. – С. 99–102.

#### *Анотації*

*У статті за результатами вивчення й аналізу антропометричних показників виділено три основних типи тілобудови спортсменів складнокоординуваних видів спорту. На прикладі виконання вправ великим махом на поперечині розглянуто зміну розташування ЗЦВ тіла спортсмена з різними типами будови тіла під час переміщення рук і ніг відносно тулуба як складовими згинально-розгинальних рухів у плечових і кульшових суглобах, що лежать в основі руху гімнаста. Показано, що ЗЦВ тіла в спортсменів однакового зросту змінюється по-різному при одному і тому самому положенні рук і ніг залежно від конституції. Розглянуто вплив зміни ЗЦВ тіла спортсмена на такі основні біомеханічні характеристики, як момент інерції й кінетичний момент, що є основними показниками зміни механічної енергії при обертових рухах гімнаста на поперечині за рахунок рухів у кульшових і плечових суглобах у підготовчій та основній стадіях.*

**Ключові слова:** спортивні досягнення, інтенсивність, числа повторень, інтервали відпочинку, оптимальний, спортсмен, морфологічні особливості, будова спортсмена, вправи.

**Игорь Огирко. Математическое моделирование технической подготовки спортсменов сложнокоординатных видов спорта.** В статье по результатам изучения и анализа антропометрических показателей выделяются три основных типа телосложения спортсменов сложнокоординированных видов спорта. На примере выполнения упражнений большим махом на поперечине рассматривается изменение расположения общего центра массы (ОЦМ) тела спортсмена с разными типами телосложения во время перемещения рук и ног по отношению к туловищу как составляющим сгибательно-разгибательных движений в плечевых и тазобедренных суставах, которые лежат в основе движения гимнаста. Показано, что ОЦМ тела у спортсменов одного и того же роста изменяется по-разному, при одном и том же положении рук и ног в зависимости от конституции. Рассматривается влияние изменения ОЦМ тела спортсмена на такие основные биомеханические характеристики, как момент инерции.

**Ключевые слова:** спортивные достижения, интенсивность, числа повторений, интервалы отдыха, оптимальный, спортсмен, морфологические особенности, строение спортсмена, упражнения.

***Ihor Ohirko. Mathematical Modeling of Technical Preparation of Athletes of Difficult Coordinating Kinds of Sport.*** In the article according to the results of the study and the analysis of anthropometric indices it is singled out three main types of body built of athletes of difficult coordinating kinds of sport. On the example of implementation of exercises of large swing on a horizontal bar it is examined a change of position of general center of body mass of an athletes with different types of body built while hands and legs moving in relation to a trunk as components of bending-extension moves in shoulder and hip joints that are the basis of a gymnast's moves. It is shown that general center of body mass of athletes of one and the same height changes in different ways in case of one and the same hands and legs placements depending on a physique. It is considered the influence of change of general center of body mass of an athlete on such biomechanical characteristics as inertia moment.

**Key words:** modeling, technical preparation, athletes.